

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Автоматизация и математическое моделирование в НГК»

Автоматное программирование

Методические указания к выполнению контрольной работы

Ростов–на–Дону
ДГТУ

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Изучение курса “Автоматное программирование” включает:

- а) работу над учебными пособиями;
- б) выполнение контрольных работ;
- в) посещение лекций и консультации по отдельным разделам курса.

После изучения очередной темы курса студент должен уметь ответить на вопросы для самопроверки.

Вариант задания определяется в соответствии с последней цифрой номера зачетной книжки.

Задание 1: Способы представления автомата.

Синтез комбинационных автоматов

В рамках данного задания необходимо представлять состояния конечных автоматов с помощью таблицы и диаграммы, составлять схемы автоматов по логическим функциям. Булевых функций одного аргумента четыре, а двух аргументов — шестнадцать и т. д.

Теория автоматов – раздел дискретной математики, изучающий математические модели реальных (технических, биологических, экономических) или возможных устройств, перерабатывающих дискретную информацию дискретными временными тактами.

Автомат – это устройство, предназначенное для выполнения целенаправленных действий без участия человека, рассматриваемый либо как реализующий ту или иную формальную грамматику (абстрактный автомат), либо как множество элементов и схема их соединения (структурный автомат).

Автоматом Мили называется система $A = (U, Q, V, \delta, \lambda)$, где множество $U = \{u_1, \dots, u_n\}$ – входной алфавит, его элементы – входные сигналы, $Q = \{q_1, \dots, q_m\}$ – множество внутренних состояний, множество $V = \{v_1, \dots, v_k\}$ – выходной алфавит, его элементы – выходные сигналы, $\delta: U \times Q \rightarrow Q$ – функция переходов, $\lambda: U \times Q \rightarrow V$ – функция выхода.

С конечным автоматом ассоциируется воображаемое устройство, которое может находиться в состоянии из множества Q , воспринимать сигналы из множества U и выдавать сигналы из множества V .

Схема называется комбинационной, если каждую из ее выходов можно представить как булеву функцию входных переменных, типа И-НЕ, И, ИЛИ, ИЛИ-НЕ и т.д.

Графическое изображение комбинационной схемы, при котором показаны связи между различными элементами (вентелями), а сами элементы представлены условными обозначениями, называется функциональной схемой.

В ходе разработки комбинационных схем приходится решать задачи анализа и синтеза. Задача анализа комбинационной схемы состоит в определении статических и динамических свойств комбинационной схемы. Задача синтеза комбинационной схемы заключается в построении из заданного набора логических элементов комбинационной схемы, реализующей заданную систему булевых функций.

Примеры выполнения заданий:

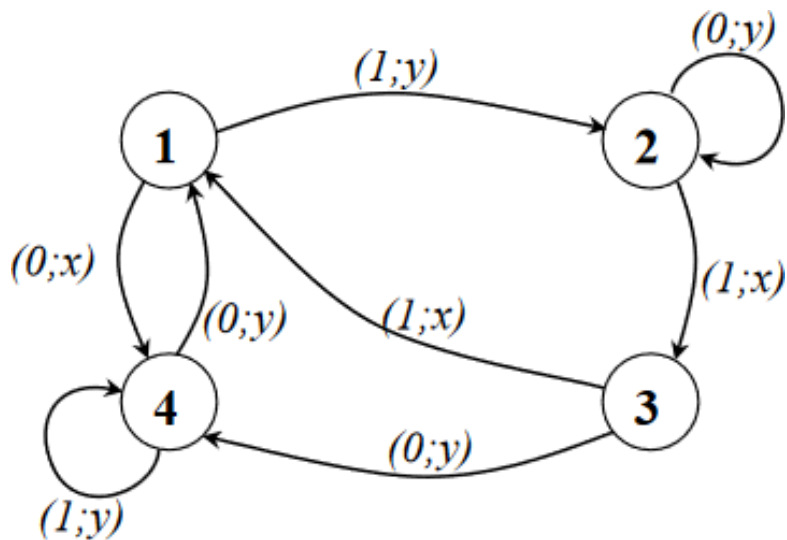
1. Для автоматов, заданных таблицами, построить диаграммы состояний:

$U \backslash Q$	1	2	3	4
0	4; x	2; y	4; y	1; y
1	2; y	3; x	1; x	4; y

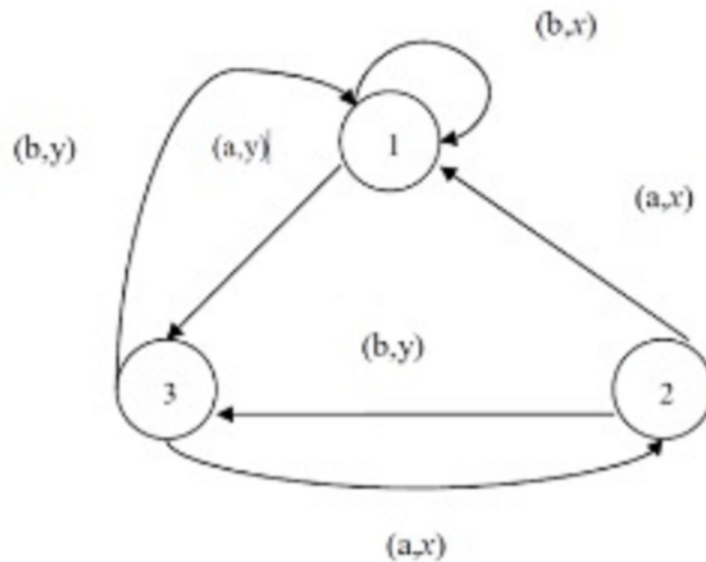
Решение:

- Автомат имеет четыре состояния, его множество состояний $Q = \{1, 2, 3, 4\}$, следовательно, граф автомата будет с четырьмя вершинами.
- Входной алфавит $U = \{0, 1\}$, а выходной алфавит $V = \{x, y\}$
- В каждой ячейке два объекта, первый соответствует направлению дуги из текущей вершины графа
- Над дугой записываем пару значений: значение входного алфавита и выходной символ из ячейки

Получим граф:



2. Задать табличным способом автомат, заданный диаграммой состояний:



Решение:

- Автомат имеет три состояния, его множество состояний $Q = \{1, 2, 3\}$, следовательно, в таблице четыре колонки.

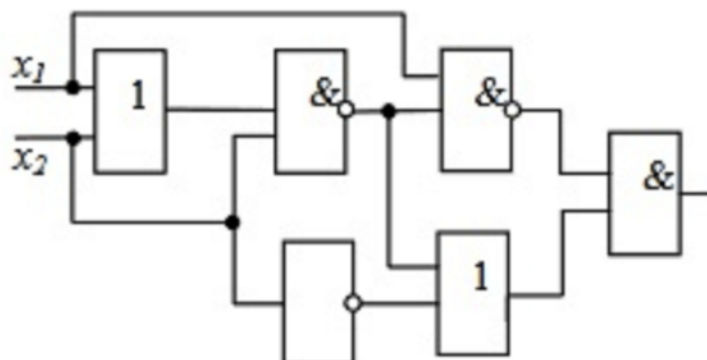
- Над дугами пары объектов, первый – элемент входного алфавита, второй – выходного, значит входной алфавит $U = \{a, b\}$, а выходной алфавит $V = \{x, y\}$, в первой колонке две строки a и b .

- В каждой ячейке два объекта, первый соответствует направлению дуги из текущей вершины графа, а второй – второму числу над соответствующей дугой.

Получим таблицу:

$U \backslash Q$	1	2	3
a	1; x	1; x	2; x
b	3; y	3; y	1; y

3. Составить логическое выражение по схеме, упростить его и составить новую схему:



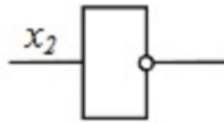
Решение:

- Следуем по схеме по верхней ветке: $w_1 = \overline{(\overline{(x_1 \vee x_2)} x_2) x_1} = \overline{(\overline{x_1 \vee x_2}) \vee \overline{x_1}} x_1 = \overline{\overline{x_1} \overline{x_2} \vee \overline{x_1}} x_1 = \overline{\overline{x_1} x_1} = 1$

- Теперь по нижней: $w_2 = \overline{(x_1 \vee x_2)x_2} \vee \overline{x_2} = \overline{(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_2})} \vee \overline{x_2} = \overline{x_1 x_2} \vee \overline{x_2} = \overline{x_2}$

- Объединим обе ветки: $w_1 w_2 = 1 * \overline{x_2}$

Получим схему:



4. Для логической функции $F(a, b, c)$, заданной в виде таблицы, записать аналитическое выражение и построить комбинационную схему:

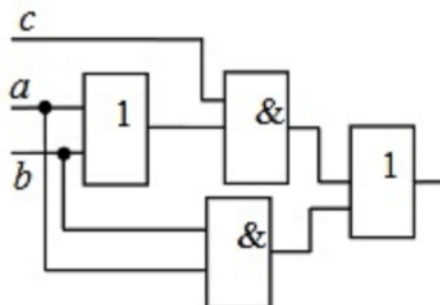
a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Решение:

- Составим СДНФ функции: $\bar{a}bc \vee a\bar{b}c \vee abc \vee abc$

- Минимизируем функцию: $\bar{a}bc \vee a\bar{b}c \vee abc \vee abc \equiv \bar{a}bc \vee abc \vee a\bar{b}c \vee abc \vee abc \vee abc \equiv bc \vee ac \vee ab \equiv c(a \vee b) \vee ab$

- Построим схему по минимизированному выражению:



Вопросы для самоконтроля:

- 1) Что такое автомат?
- 2) Что такое автомат Мили?
- 3) Что такое комбинационная схема автомата?
- 4) В чем суть анализа комбинационной схемы?
- 5) В чем суть синтеза комбинационной схемы?

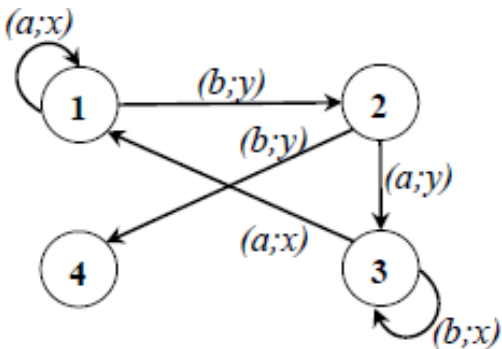
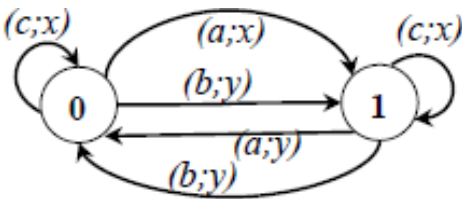
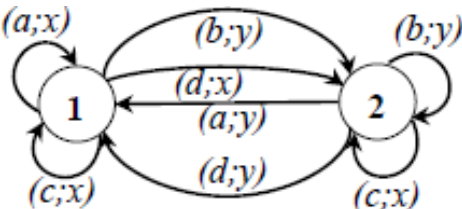
Задания:

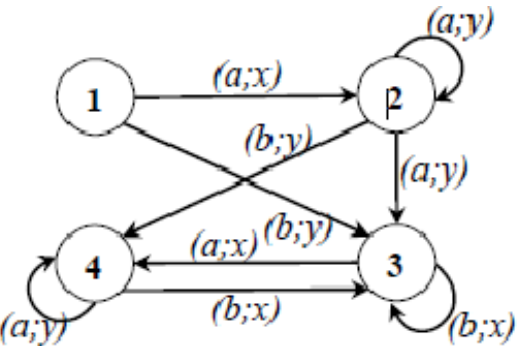
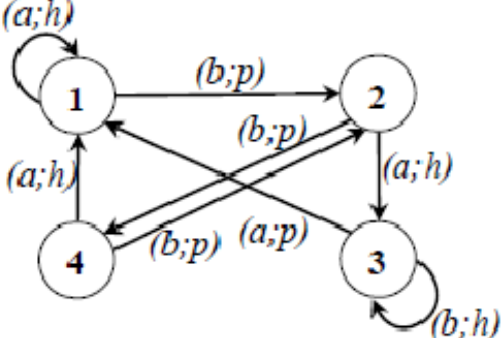
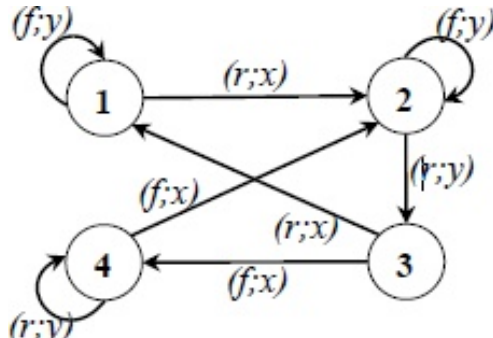
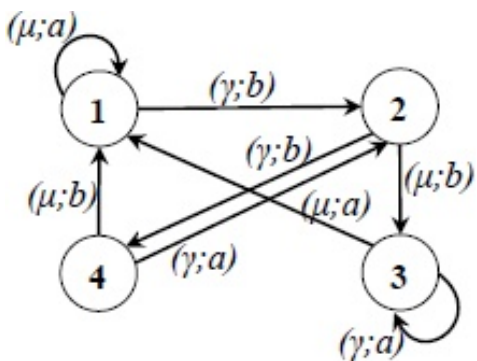
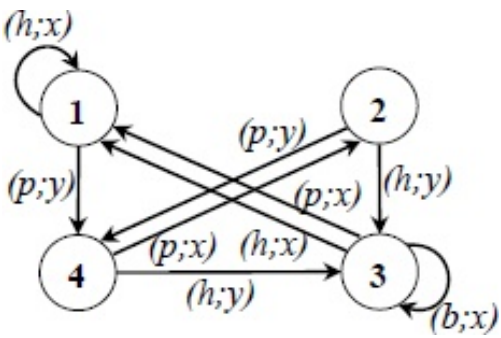
1. Для автоматов, заданных таблицами, построить диаграммы состояний:

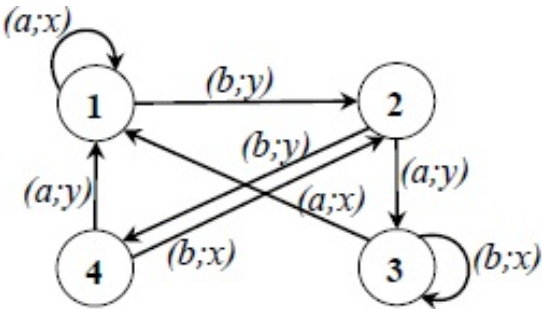
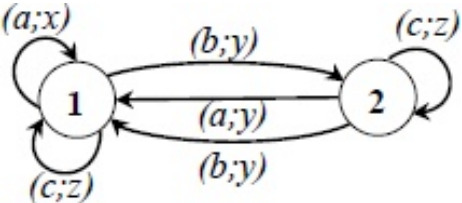
№ Варианта	Задание					
1.	$U \setminus Q$	1	2	3	4	
	a	$1; x$	$3; y$	$1; x$	$1; y$	
	b	$2; y$	$4; y$	$3; x$	$2; x$	
2.	$U \setminus Q$	1	2	3	4	
	c	$3; x$	$1; y$	$2; x$	$2; y$	
	d	$2; y$	$2; y$	$4; x$	$1; x$	
3.	$U \setminus Q$	1	2	3	4	
	k	$2; z$	$1; y$	$1; z$	$2; y$	
	l	$2; y$	$3; z$	$4; y$	$1; z$	
4.	$U \setminus Q$	1	2	3		
	a	$3; x$	$3; y$	$1; x$		
	b	$2; y$	$1; y$	$2; x$		
5.	$U \setminus Q$	1	2	3		
	c	$1; a$	$3; b$	$1; b$		
	d	$2; b$	$2; a$	$3; b$		
6.	$U \setminus Q$	1	2	3		
	k	$1; s$	$3; f$	$1; s$		
	l	$2; f$	$1; s$	$2; f$		
7.	$U \setminus Q$	1	2			
	a	$1; x$	$1; y$			
	b	$2; y$	$2; y$			
	c	$1; x$	$2; x$			

8.	$U \setminus Q$	1	2		
	x	1; x	2; y		
	y	2; y	1; y		
	z	1; x	2; x		
9.	$U \setminus Q$	1	2		
	a	1; x	1; y		
	b	2; y	2; y		
	c	1; x	2; x		
	d	2; x	1; y		
10.	$U \setminus Q$	0	1	2	3
	a	1; x	3; y	0; x	1; y
	b	2; x	0; x	3; y	2; x

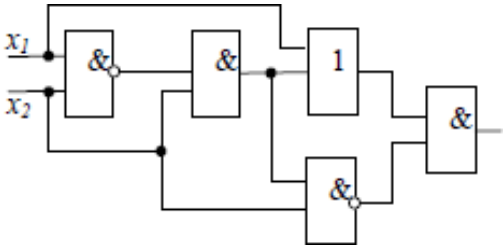
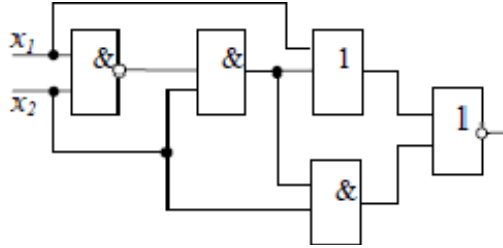
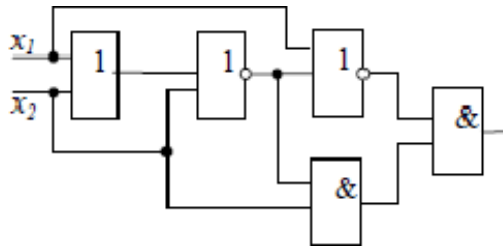
2. Задать табличным способом автомат, заданный диаграммой состояний:

№ Варианта	Задание
1.	
2.	
3.	

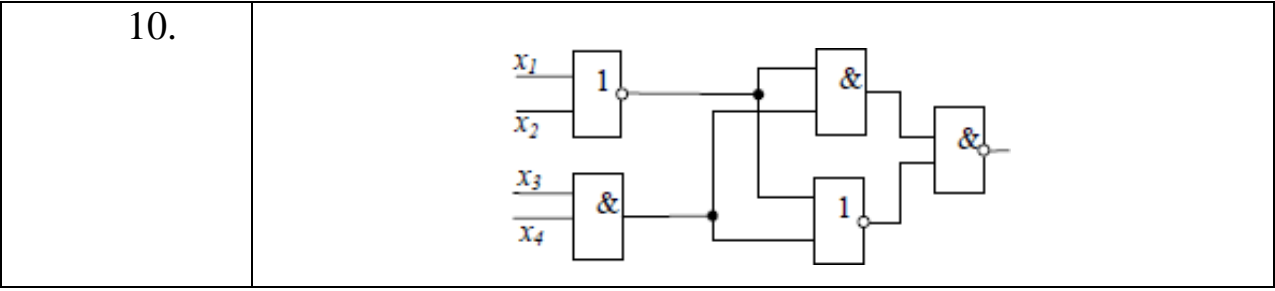
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	

9.	
10.	

3. Для заданной комбинационной схемы построить аналитическое выражение, упростить его с помощью равносильных преобразований и нарисовать упрощенную схему:

№ Варианта	Задание
1.	
2.	
3.	

4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	



4. Для заданной логической таблицы функции $F(a, b, c)$ записать аналитическое выражение и построить комбинационную схему:

№ Варианта	Задание			
1.	a	b	c	F
	0	0	0	0
	0	0	1	1
	0	1	0	1
	0	1	1	1
	1	0	0	0
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	1	1	1	0

2.	a	b	c	F
	0	0	0	1
	0	0	1	0
	0	1	0	1
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	1	1	1	0
3.	a	b	c	F
	0	0	0	0
	0	0	1	1
	0	1	0	1
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	1	1	1	1
4.	a	b	c	F
	0	0	0	1
	0	0	1	0
	0	1	0	1
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	1
	1	1	0	1
	1	1	1	0
5.	a	b	c	F
	0	0	0	1
	0	0	1	1
	0	1	0	1
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	0
	1	1	1	0

6.	a	b	c	F
	0	0	0	0
	0	0	1	1
	0	1	0	1
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	1
	1	1	0	1
	1	1	1	1
7.	a	b	c	F
	0	0	0	1
	0	0	1	1
	0	1	0	0
	0	1	1	0
	1	0	0	0
	1	0	1	1
	1	1	0	1
	1	1	1	1
8.	a	b	c	F
	0	0	0	1
	0	0	1	0
	0	1	0	1
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	1	1	1	0
9.	a	b	c	F
	0	0	0	1
	0	0	1	0
	0	1	0	0
	0	1	1	0
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	1	1	1	1

10.	a	b	c	F
	0	0	0	0
	0	0	1	0
	0	1	0	1
	0	1	1	1
	1	0	0	1
	1	0	1	0
	1	1	0	1
	1	1	1	1

Задание 2: Детерминированные автоматы. Эквивалентные состояния и автоматы

Необходимо найти эквивалентный детерминированный автомат, составлять определяющие таблицы и программы.

Детерминированный конечный автомат — набор из пяти элементов: $(\Sigma, Q, s \in Q, T \subset Q, \delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q)$, где Σ — алфавит, Q — множество состояний, s — начальное (стартовое) состояние, T — множество допускающих состояний, δ — функция переходов.

Детерминированный конечный автомат является специальным случаем недетерминированного конечного автомата, в котором:

- отсутствуют состояния, имеющие ϵ -переходы;
- для каждого состояния s и входного символа a существует не более одной дуги, исходящей из s и помеченной как a .

Детерминированный конечный автомат имеет для любого входного символа не более одного перехода из каждого состояния. Если для представления функции переходов ДКА используется таблица, то каждая запись в ней представляет собой единственное состояние. Следовательно, очень просто проверить, допускает ли данный ДКА некоторую строку, поскольку имеется не более одного пути от стартового состояния, помеченного этой строкой. Следующий алгоритм имитирует поведение ДКА при обработке входной строки.

Состояния q автомата M и q' автомата M' считаются эквивалентными, если оба автомата, получив одну и ту же (любую) входную последовательность символов, перерабатывают ее в одинаковую выходную последовательность.

Автоматы M и M' называются эквивалентными, если для каждого состояния автомата M существует эквивалентное ему состояние автомата M' и наоборот.

Другими словами, эквивалентные автоматы реализуют одинаковые преобразования, но могут иметь различное число внутренних состояний.

Понятие эквивалентности состояний применимо и к одному автомату (формально можно считать, что M и M' совпадают). Для одного автомата эквивалентными будут различные состояния, через которые одна и та же входная последовательность символов преобразуется в одинаковую выходную.

Вопросы для самоконтроля:

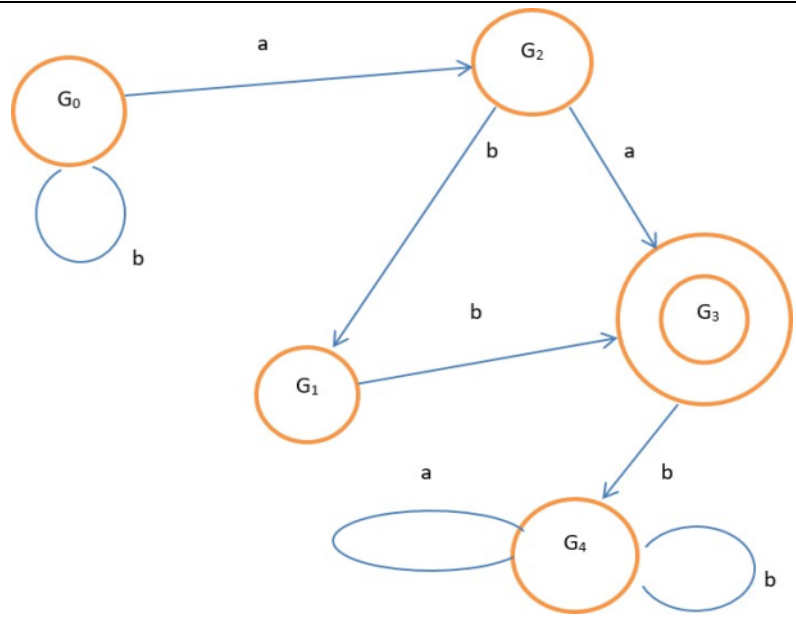
- 1) Дайте определение детерминированного конечного автомата.
- 2) В каких случаях автомат становится детерминированным?
- 3) Какие автоматы являются эквивалентными?
- 4) Какие состояния автомата являются эквивалентными?

Задания:

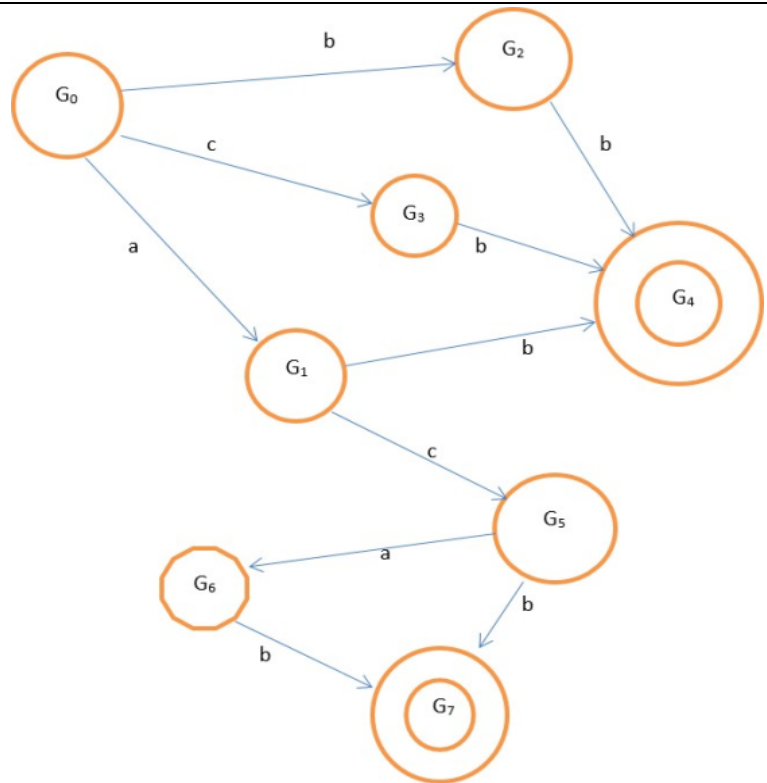
1. Для данного недетерминированного автомата найти эквивалентный ему детерминированный автомат:

№ Варианта	Задание
1.	<pre> graph LR G0((G0)) -- a --> G2((G2)) G0 -- b --> G1((G1)) G2 -- a --> G3(((G3))) G1 -- b --> G3 G3 -- a --> G3 G3 -- b --> G3 </pre>
2.	<pre> graph TD G0((G0)) -- c --> G1((G1)) G1 -- c --> G3((G3)) G1 -- b --> G4((G4)) G1 -- a --> G2(((G2))) G3 -- b --> G4 G4 -- a --> G2 G4 -- b --> G3 G4 -- b --> G4 </pre>

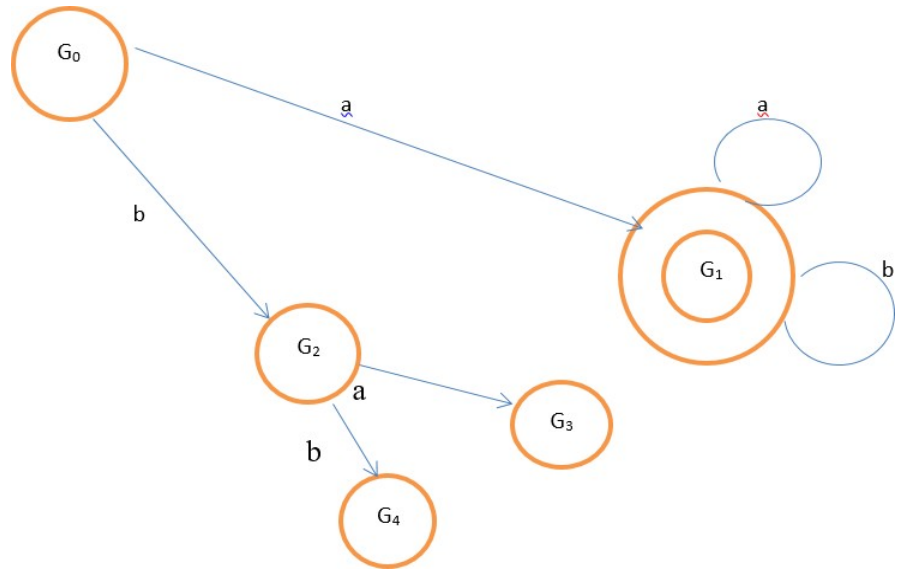
3.



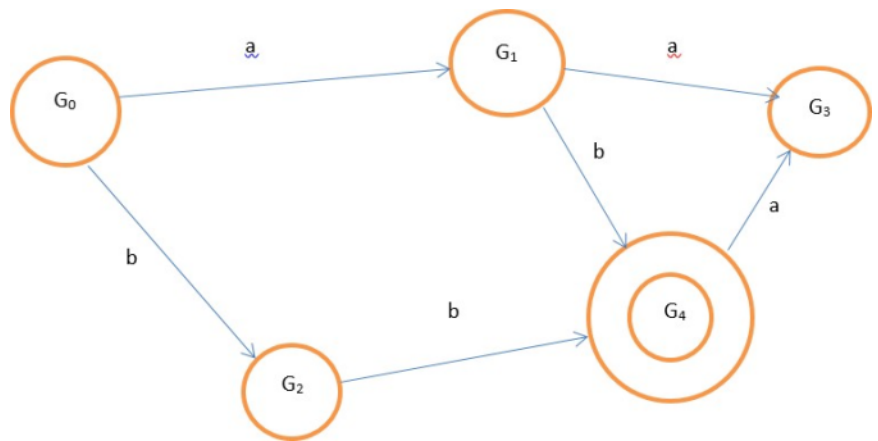
4.



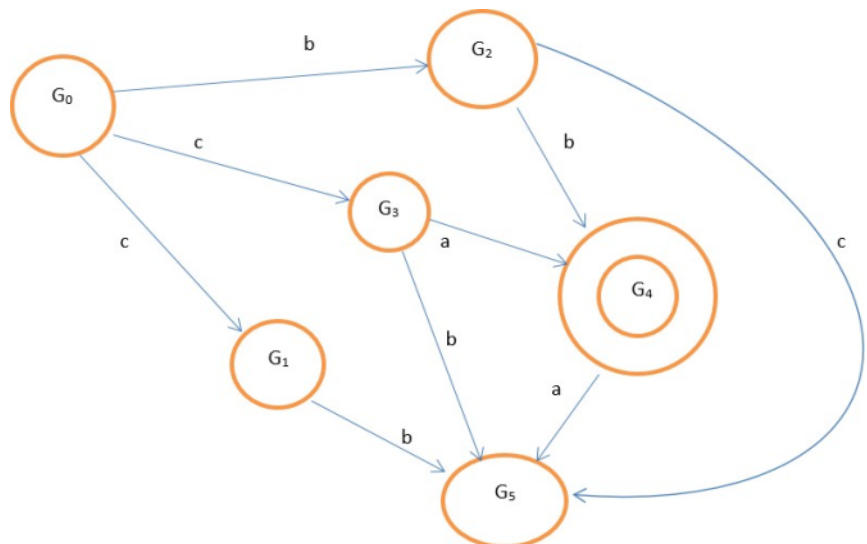
5.



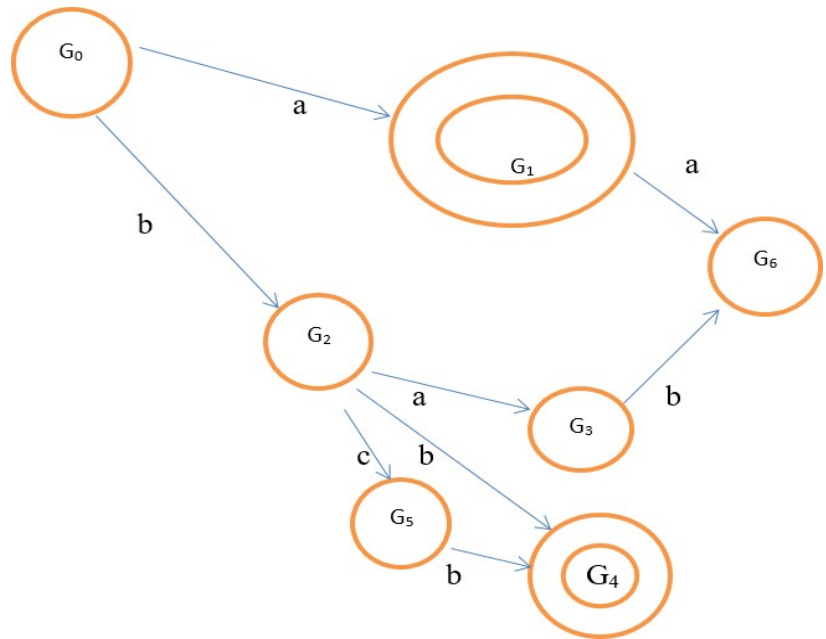
6.



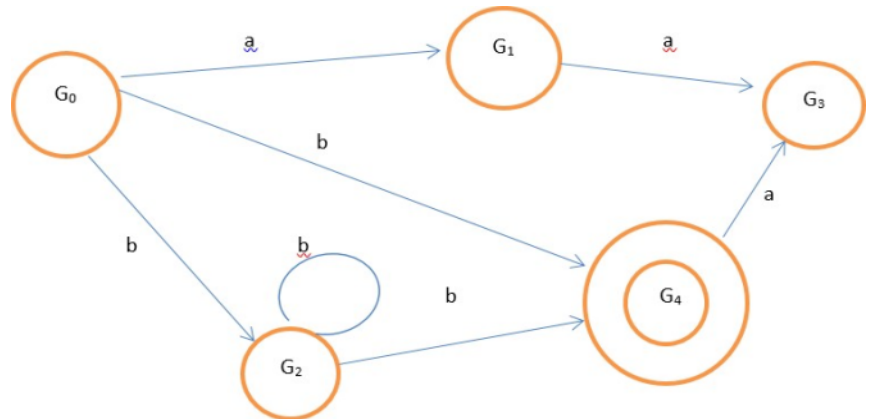
7.



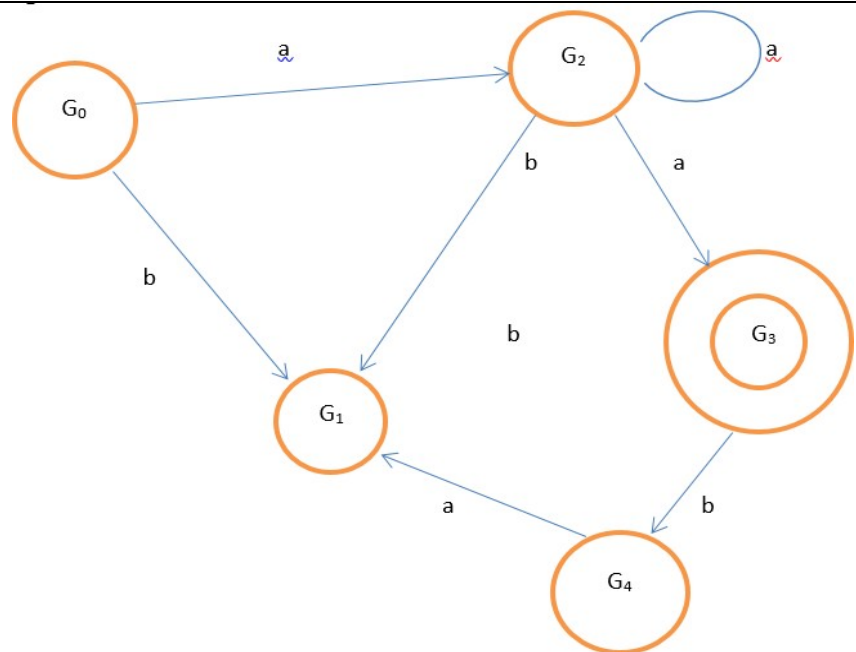
8.



9.



10.



2. Какой язык допускает детерминированный автомат, полученный в задании 1.

3. Постройте детерминированный автомат, для которого указанный язык является допустимым (в алфавите $\{a,b,c\}$):

№ Варианта	Задание
1.	Множество слов, начинающихся с подслов aba или bab
2.	Множество слов, в которых встречаются последовательности aba или bab
3.	Множество слов, в которых встречаются последовательности aa или bb, или cc
4.	Множество слов, в которых имеется подслово abc
5.	Множество слов, начинающихся с последовательности abc
6.	Множество слов, оканчивающихся буквой a
7.	Множество слов, оканчивающихся сочетанием ba
8.	Множество слов, оканчивающихся сочетанием bac
9.	Множество слов, оканчивающихся сочетанием cba
10.	Множество слов, оканчивающихся буквой b

4. Для автомата задания 3 составить определяющие таблицы.

5. Для автоматов (недетерминированного и детерминированного) задания 1 записать определяющие таблицы и программы.

Библиографический список

1. Хаггарт, Р. Дискретная математика для программистов [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р. Хаггарт ; пер. англ. под ред. С.А. Кулешов ; пер. с англ. А.А. Ковалев, В.А. Головешкин, М.В. Ульянов. - Изд. 2-е, испр. - М. : Техносфера, 2012. - 400 с. - Режим доступа : biblioclub.ru
2. Судоплатов, С. В. Дискретная математика [Электронный ресурс]: учебник / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. - 4-е изд. - Новосибирск : НГТУ, 2012. - 278 с. – Режим доступа : biblioclub.ru
3. Дискретная математика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю. Ю. Громов [и др]. - Тамбов : ТГТУ, 2012. - 128 с. - Режим доступа: biblioclub.ru
4. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика [Текст] : учебное пособие/ Ю.П. Шевелев. - СПб. : Лань, 2008. – 592 с.
5. Новиков, Федор Александрович. Дискретная математика для программистов [Текст] : учебник для магистров и бакалавров / Ф. А. Новиков. – СПб.[и др.] : Питер, 2011. – 384 с.
6. Лавров И. А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов [Текст] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова. -2-е изд. - М. : Наука, 1984. – 223 с.
7. Хаггарт, Р. Дискретная математика для программистов [Текст]: учеб.пособие/ Р. Хаггарт; пер. с англ. под ред. С. А. Кулешова. – М. : Техносфера, 2005. – 400 с.
8. Милых, В. А. Дискретная математика [Текст] : учебное пособие/ В. И. Милых, И. Г. Уразбахтин. – Курск: Курск ГТУ, 2006. – 139 с.
9. Палий, И. А. Дискретная математика [Текст] : курс лекций / И. А. Палий – М. : Эксмо, 2008. – 352с.
10. Аляев Ю. А. Дискретная математика и математическая логика [Текст] / Ю. А. Аляев, С.Ф. Тюрин– М. : Финансы и статистика, 2006. – 368 с.
11. Плотников А. Д. Дискретная математика [Текст] / А. Д. Плотников - М. : Новые знание, 2005.– 288 с.
12. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику [Текст] : учебное пособие для вузов/ С. В. Яблонский. – 4-е изд., стер. - М. : Высш. школа. – 2003. - 384 с.